

Заполняется участниками

Укажите класс:

8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11 ☐

Заполняется организаторами в аудитории

Кол-во доп.листов	Замена ручки
	да

Шифр

66-08-01

Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются

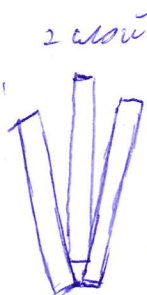
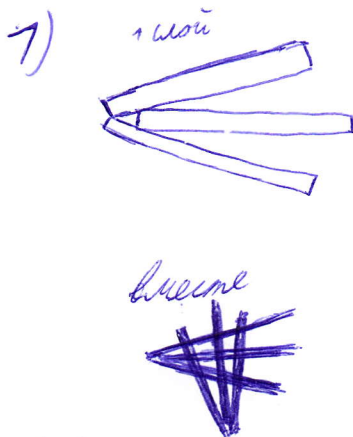
Задание	1	2	3	4	5	Итого	Подпись
Баллы	20	20	20	20	20	100	Сред

Время выполнения заданий - 235 минут. Максимальное количество баллов - 100.

Допускается использование листов с двух сторон. Пишите разборчиво.

Обязательно указывайте номер задания. Очередность выполнения заданий произвольная.

Запрещается использование карандаша и корректора.



Внутри каждого слоя 3 карандаша попарно касающихся. Если наложить 2 слоя на первый, каждый карандаш из второго слоя будет касаться каждого карандаша из первого слоя.



Сред

2) Ответ: 100.

Пример:  $\frac{900}{9} = 100$ .

Оценка. Пусть есть 3-значное число  $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$ . Его сумма цифр -  $x + y + z$ . Искомое отношение  $\frac{100x + 10y + z}{x + y + z}$ . Т.к.  $x, y, z \in \mathbb{N}_0$ ,  $\frac{100x + 10y + z}{x + y + z} \leq \frac{100x + 100y + 100z}{x + y + z} = 100 \frac{x + y + z}{x + y + z} = 100$ .

Следовательно, отношение не больше 100.

3) В центральной строке (т.е. во всех остальных ячейках, где ~~на~~ на шаге 1) число всегда будет нечетным, т.к. изначально оно нечетное и на каждой шаге к нему прибавляется 2 (одна разность чисел (очевидно, что строка симметрична относительно этой ячейки)).

Вместо чисел будем рассматривать их остатки при делении на 2.

1	2	3	4	5	6	
1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Далее можно предположить, есть строка, в которой все нечетные числа нечетные. Над крайним левым числом будет стоять 0, т.к. иначе есть число слева.

Будет нечетное число, над 3-им и 4-ым - четное, над 5-м - нечетное и т.д. (каждое четное число нечетное). Тогда в строке еще на 1 шаг раньше четные пары чет нечетных чисел и четверки четных. В каждой

шестерке чисел в этой строке первые 2 нечетные, а в строке с 7 и 8 - в соответствующих шестерках 3е и 6-е числа нечетные. Под каждым нечетным числом этой строки стоит четное число, быть не может, т.к. центральное число должно быть нечетным в обеих строках. Противоречие.  $\Rightarrow$  нет строки только с нечетными числами (исключение - строки 0 и 1, т.к. на 2 выше них нет строки). (Нужно значить на 1 шаг раньше, но на шаг позже)  $\oplus$  *Сри*

4) Предположим, можно. Т.к.  $1 + 0^{2016} y^{2016} = 1$ ,  $f(0) \cdot g(y) = \text{const} \Rightarrow g(y) = \text{const}$ . Аналогично,  $f(x) = \text{const} \Rightarrow f(x) \cdot g(y) = \text{const}$ . Противоречие, т.к. напри-  
мер,  $1 + 1^{2016} \cdot 2^{2016} \neq 1 + 0^{2016} \cdot 2^{2016}$ .  $\checkmark$   $\oplus$  *Сри*

Ответ: невозможно.

5) Пусть дан  $\triangle ABC$ :  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ ,  $BC = a$ .  
Вписанная окружность касается сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  соответственно.  $O$  - центр окружности.  
Касательная  $\perp$  радиусу, проведенному к т. касания  $\Rightarrow OB_1 \perp AC$  и  $OA_1 \perp BC \Rightarrow OA_1, OB_1$  - медианы  $\Rightarrow OB_1 = A_1C$  и  $OA_1 = B_1C$ , т.е.  $A_1C = r = B_1C$ .  $\checkmark$   
 $A_1C = r \Rightarrow A_1B = a - r \Rightarrow BC_1 = a - r$ , т.к. отрезки касательных равны.  
 $B_1C = r \Rightarrow AB_1 = b - r \Rightarrow AC_1 = b - r$ .  $\checkmark$   
 $a - r + b - r = AC_1 + BC_1 = AB = c$ .  $\checkmark$   
 $a + b - 2r = c$   
 $r = \frac{a + b - c}{2}$ , т.е.  $\checkmark$

$\oplus$

*Сри*