

## 11 класс

### Вариант 1

1. Петя покрасил все натуральные числа в 2017 разных цветов. Верно ли что независимо от способа покраски можно найти два числа одного цвета, отношение которых целое и делится на 2016?
2. Пусть  $N$  — четное число, не делящееся на 10. Какова будет цифра десятков числа  $N^{20}$ ?
3. В треугольник с основанием, равным  $a$ , вписан квадрат, одна из сторон которого лежит на основании треугольника. Площадь квадрата составляет  $\frac{1}{6}$  часть площади треугольника. Определите высоту треугольника и сторону квадрата.
4. Дана система уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = 0, \end{cases}$$

коэффициенты которых удовлетворяют следующим условиям:

- (а)  $a_{11}, a_{22}, a_{33}$  — положительны;
- (б) все остальные коэффициенты отрицательны;
- (с) в каждом уравнении сумма коэффициентов положительна.

Докажите, что  $x_1 = x_2 = x_3 = 0$  является единственным решением для данной системы.

5. Для всех значений параметра  $a$  решите неравенство

$$\log_x(x - a) > 2.$$

## 11 класс

1. Петя покрасил все клетки доски размером  $5 \times 5$  в два цвета. Докажите, что независимо от способа раскраски Мапа может найти прямоугольник из клеток доски, все угловые клетки которого покрашены в один цвет.

2. Докажите, что число

$$1^{2017} + 2^{2017} + \dots + 2016^{2017}$$

делится на 2017 и не делится на 2018.

3. Прямая, параллельная основаниям данной прямоугольной трапеции, пересекает ее на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность. Найти основания исходной трапеции, если ее боковые стороны равны  $c$  и  $d$ , причем  $c < d$ .

4. Найдите четыре действительных числа  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , таких, что что каждое, сложенное с произведением остальных, окажется равным двум.

5. Для всех значений параметра  $a$  решите неравенство

$$\log_{\sqrt{2a}}(a + 2x - x^2) < 2.$$