

Задача 1. Ручка (15 баллов)

На упаковке шариковых стержней для авторучек обычно указываются следующие данные: длина следа на бумаге – 5 км; ширина следа – 0,4 мм. Шариковый стержень оставляет след на бумаге при давлении на него, равном $2,5 \cdot 10^7$ Па, а сила трения между пишущим узлом ручки и поверхностью тетради составляет 10% от силы давления на ручку. Какую работу совершит добросовестный ученик, выполняя домашние задания и испишав весь стержень?

Решение

Вариант 1: Сила, с которой стержень давит на лист: $F = P \cdot S = P \cdot \pi d^2 / 4$. Соответственно, сила трения: $F_{тр} = 0.1 \cdot P \cdot \pi d^2 / 4$. Механическая работа:

$$A_{тр} = F_{тр} \cdot l = \mu \cdot P \cdot d^2 \cdot l \cdot \pi / 4.$$

Численно: $A_{тр} = 0.1 \cdot 2.5 \cdot 10^7 \cdot 3.14 \cdot 0.16 \cdot 10^{-6} \cdot 5000 / 4 = 1570$ Дж.

Вариант 2: Если ширина отпечатка d , а длина следа l , то площадь отпечатка $S = d \cdot l$. “Сила давления на весь отпечаток” $F = P \cdot S = P \cdot d \cdot l$. Тогда зная коэффициент трения, сила трения на всем отпечатке $F_{тр} = \mu F$.

Работа этой силы $A = F_{тр} \cdot s$,

где s – сдвиг – расстояние, на которое нужно сдвинуть параллельно бок о бок расположенные вдоль всего следа шарики, (на которые оказывается эта суммарная “сила давления”), чтобы они закрасили всё пространство следа. Тогда $s = d$. Отсюда:

$$A_{тр} = \mu \cdot P \cdot d^2 \cdot l$$

Численно: $A_{тр} = 0.1 \cdot 2.5 \cdot 10^7 \cdot 0.16 \cdot 10^{-6} \cdot 5000 = 2000$ Дж.

Критерий оценивания	Значение	Балл
Найдена сила, с которой стержень давит на листок		5
Правильно записана формула для силы трения		5
Получен правильный ответ для работы	1570/2000 Дж	5

Задача 2. Таинственная ёмкость (20 баллов)

Бабе Маше в деревню Холодрыгино внук привёз бытовой газовый баллон для новой газовой плиты. Спустя несколько холодных дней его интенсивного использования баба Маша испугалась, что в таком режиме на всю зиму газа ей не хватит. Предложите бабе Маше один из безопасных способов, позволяющих в её условиях не расходуя газ как можно точнее определить его уровень в закрытом баллоне для планирования дальнейшего использования. Учтите, что у бабы Маши в глухой деревне из измерительных приборов только старая деревянная линейка. Стандартный газовый баллон имеет общий объём 50 литров и массу в заправленном состоянии около 45 кг, а пустой – около 25 кг. Поэтому поднимать баллон баба Маша не может, а может только медленно перекачивать его на небольшие расстояния. Основная масса газа хранится в баллоне в жидком виде.

Решение

Вариант 1 (наиболее точный): Можно, например, вначале хорошо охладить баллон, выкатив его в сенки (или вообще из избы наружу). Затем закатить его обратно в теплое влажное помещение. В результате конденсации пара холодный баллон покроется капельками воды. По мере нагревания баллона в теплом помещении вода

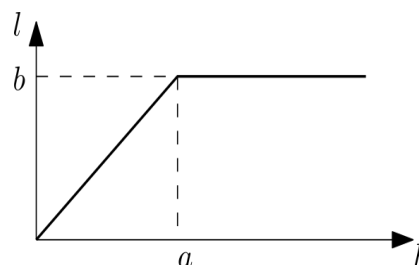
на нем будет испаряться. Так как масса паров газа в верхней части его значительно меньше массы газа, находящегося в нижней части, то при нагревании испарение будет происходить быстрее с верхней части баллона. В результате в какой-то момент времени можно будет наблюдать резкую границу между сухой поверхностью баллона и частью его, еще покрытой капельками воды. Эта граница и укажет на уровень газа в баллоне и её уровень может быть легко измерен старой линейкой.

Вариант 2 (менее точный): Медленно и осторожно наклоняем баллон на бок и отмечаем линейкой высоту, на которую он наклонился, перед тем как упасть (падать совсем давать ему нельзя по правилам пожарной безопасности). По соотношению высоты над полом и длины баллона находим предельный угол. Через предельный угол можем подсчитать примерный уровень жидкости в нем по центру масс. Однако из-за большой массы самого баллона и маленькой массы газа в нем точность определения уровня жидкого газа даже с использованием сложных геометрических расчётов оставляет желать лучшего. Тем более что в расчётах баба Маша не сильна.

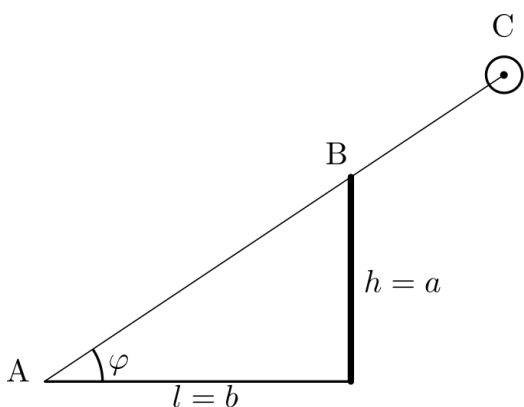
Критерий оценивания	Балл
Верный выбор физической модели эксперимента	10
Описание эксперимента	5
Точность метода	5

Задача 3. Солнечные часы (25 баллов)

День приближается к закату, и Солнце стоит низко над горизонтом. На графике приведена зависимость длины тени l , которую отбрасывает вертикальный столб диаметром d , от высоты столба h . Определите по этим данным угловую высоту Солнца над горизонтом φ и его угловые размеры α .



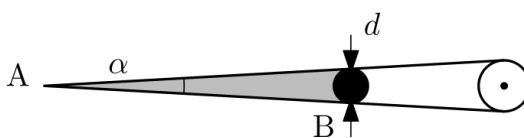
Решение



Если бы Солнце можно было рассматривать как точечный источник, то длина тени всегда бы была пропорциональна высоте столба. Так как Солнце имеет угловой размер α , с некоторой высоты длина области полной тени не будет меняться из-за наличия полутени. В таком случае максимальная длина тени будет определяться условием равенства в вершине тени наблюдаемых угловых размеров столба и Солнца.

Из точки максимальной длины тени определим угловую высоту Солнца $tg \varphi = a / b$ (см. верхний рисунок). Искомая угловая высота

$$\varphi = \arctg \frac{a}{b}.$$



Из второго рисунка (с учётом того, что угловой размер Солнца достаточно мал)

$$\sin \alpha \approx d / AB = d / (a / \sin \varphi) = \frac{d}{a} \sin \varphi = \frac{d}{a} \sin \arctg \frac{a}{b}.$$

Угловой размер Солнца (в радианах):

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{d}{a} \sin \arctg \frac{a}{b}\right) \approx \frac{d}{a} \sin \arctg \frac{a}{b}.$$

Критерий оценивания	Балл
Высказана догадка о том, что прекращение увеличения полной длины тени связано с неточечностью Солнца	10
Сделаны необходимые построения	5
Найдена угловая высота Солнца φ	5
Найден угловой размер Солнца α	5

Задача 4. Плойка (20 баллов)

Лена поехала в гости к подруге в США. Среди прочих вещей она прихватила с собой плойку для выпрямления своих пышных волос. Плойка без терморегулятора и представляет из себя просто нагревательный элемент постоянного сопротивления, но Лена знает, что от сети в 220 В она нагревается ровно до необходимых ей 190 °С. Однако, она не учла, что в США напряжение сети всего 100 В. Какая температура в установившемся режиме будет у плойки в США, и сможет ли Лена в результате блистать своей пышной причёской? Теплоотдача пропорциональна разности температур. Температуру воздуха в комнате примите равной 20 °С.

Решение

Мощность плойки постоянна, в установившемся режиме она дает $Q = U^2/r$ тепла в ед. времени, которое уравнивается только теплопотерями в виде передачи тепла воздуху. Пусть q – коэффициент теплопередачи. Тогда теплопотери: $Q = q(190 - 20)$.

Отсюда находим произведение: $q \cdot r = 220^2/170 = 284.71$.

В США напряжение другое, отсюда мощность упадет.

$$q(T - 20) = 100^2/r \text{ или } qr(T - 20) = 100^2.$$

Сюда можно подставить известное нам произведение: $284.71(T - 20) = 100^2$, откуда температура равна:

$$T = 20 + 100^2/284.71 = 20 + 35.1 \approx 55 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Лене явно не хватит этого для создания любой причёски.

Критерий оценивания	Значение	Балл
Правильная запись уравнения для теплопередачи плойки для напряжение 220 В		5
Верно найденный коэффициент $q \cdot r$		3
Правильная запись уравнения для теплопередачи плойки для напряжения 100 В		5
Верно определена температура плойки в США	$\cong 55 \text{ }^\circ\text{C}$	7

Задача 5. Гаечный ключ (20 баллов)

Винтовой механизм тисов имеет шаг $h = 4$ мм, а длина поворотной рукоятки $l = 20$ см. Какой максимальный выигрыш в силе можно получить с помощью этих тисов? *Примечание: выигрыш в силе – это отношение силы сжатия детали к силе, с которой рабочий крутит рукоятку.*

Решение

Предположим, рабочий поворачивает рукоять тисов на малый угол φ , причем он прикладывает силу F_1 к самому краю рукояти перпендикулярно ей. Тогда работа A_1 , которую он совершает, равна:

$$A_1 = F_1 l \varphi$$

Работа A_2 , которую совершают тисы, сжимая деталь с силой F_2 , равна:

$$A_2 = F_2 h \frac{\varphi}{2\pi}$$

Согласно золотому правилу механики

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 \\ F_1 l \varphi &= F_2 h \frac{\varphi}{2\pi} \\ \frac{F_2}{F_1} &= \frac{2\pi l}{h} = 314 \end{aligned}$$

Допускается также решение, где работы A_1 и A_2 рассчитаны для одного или нескольких оборотов тисов.

Критерий оценивания	Значение	Балл
Использование закона сохранения энергии (золотого правила механики)		10
Связь сил с работой	$A_1 = F_1 l \varphi$ $A_2 = F_2 h \frac{\varphi}{2\pi}$	5
Результирующее соотношение	$\frac{F_2}{F_1} = \frac{2\pi l}{h}$	5