1 вариант

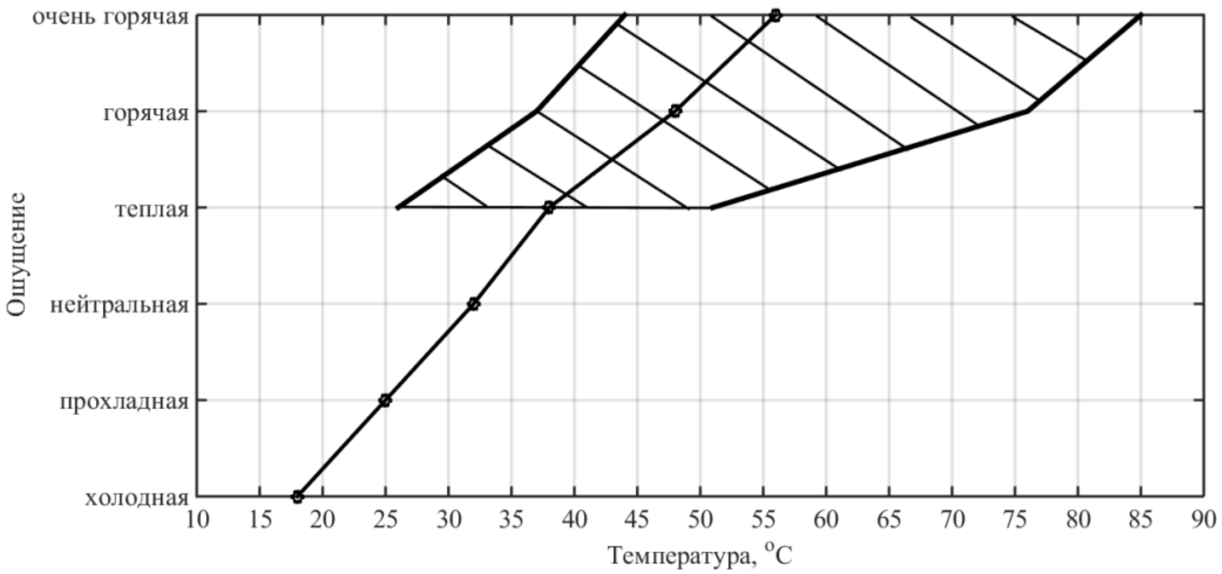
Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (20 баллов) Горячий чай

В пустую цилиндрическую фарфоровую кружку наливается кипяток. Высота кружки – 10 см, радиус – 4 см, толщина стенки – 2 мм. Пренебрегая испарением воды, оцените время, через которое кружка начнет казаться вам горячей, если обычно кипяток остывает в фарфоровой кружке до комнатной температуры (25 °С) за 10 минут.

	Плотность, кг/м^3	Теплоемкость, Дж/(кг×°С)
Вода	1000	4200
Фарфор	2300	800

График зависимости ощущения температуры от самой температуры представлен на рисунке [Шафлик В. Современные системы горячего водоснабжения. К.: ДП ИПЦ «Такі справи», 2010. – 316 с., ил.].



Решение: Время нагрева можно оценить, зная энергию, необходимую на нагрев, и мощность нагревателя:

$$t = \frac{Q_н}{P_н}$$

Энергию, необходимую на нагрев можно вычислить, зная теплоемкость, массу и разность температур.

$$Q_н = c_ф \times m_ф \times (T_ч - T_к)$$

Массу фарфора вычисляется по стандартной формуле

$$m = V \times \rho$$

Объем кружки можно оценить, зная формулу объема цилиндра:

$$V_к = V_ц - V_в$$

$$V_Ц = \pi \times {r_ц}^2 \times h_ц$$

$$V_в = \pi \times \left(r_ц - d\right)^2 \times (h_ц - d)$$

Таким образом,

$$V_к = \pi \times 0{,}04^2 \times 0{,}1 - \pi \times (0{,}04 - 0{,}02)^2 \times (0{,}1 - 0{,}02) = 0{,}000502 - 0{,}000444 = 0{,}000058 \text{ м}^3$$

$$m_к = V_к \times \rho_к = 0{,}000058 \times 2300 = 0{,}1335 \text{ кг}$$

Кожа человека достаточно чувствительна к температурным перепадам. Поэтому $Т_ч$ можно положить равной 48° (среднее значение на графике). Тогда

$$Q_н = 800 \times 0{,}1335 \times (48 - 25) = 2458 \text{ Дж}$$

Мощность нагревателя можно приблизительно оценить, зная энергию, освобождаемую при охлаждении кипятка, и время остывания:

$$P_{\text{н}} \approx \frac{Q_{\text{о}}}{t_{\text{о}}}$$
$$m_{\text{в}} = V_{\text{в}} \times \rho_{\text{в}} = 0{,}000444 \times 1000 = 0{,}444 \text{ кг}$$
$$Q_{\text{о}} = c_{\text{в}} \times m_{\text{в}} \times (100 - \text{Т}_{\text{к}}) = 4200 \times 0{,}444 \times (100 - 25) = 140040 \text{ Дж}$$
$$P_{\text{н}} = \frac{140040}{10 \times 60} = 233 \text{ Дж/с}$$

Наконец,

Ответ: $t = \frac{2458}{233} \approx 10{,}5 \text{ с}$

Оценка

Оценена энергия, необходимая для нагрева	5
Оценена энергия, высвобождаемая при охлаждении	5
Получена расчетная формула времени нагрева	5
Получен окончательный ответ	5

Примечание: возможен другой ответ, полученный по аналогичным формулам, при условии подстановки другого значения $\text{Т}_{\text{ч}}$, в случае его объяснения.

Задание 2. (20 баллов) Пропавшие часы

В холле, на высоте 3 м от пола, висят светящиеся прямоугольные электронные часы. Высота часов – 30 см. Наблюдатель приближается к часам по прямой, при этом от видит их отражение в полированных плитах пола. Оказавшись на стыке двух плит, изображение нижнего края часов исчезает. Когда наблюдатель проходит ещё 0,4 м, изображение часов исчезает целиком. В этот момент высокий товарищ наблюдателя, идущий рядом, отмечает, что он потерял отражение часов из виду раньше, но потом оно появилось снова, и вот именно сейчас он впервые увидел верхний край. Сколько ещё нужно первому наблюдателю пройти вперёд для того, чтобы тоже увидеть изображение часов полностью, если его глаза находятся на высоте *h*$_1$ = 170 см от пола, а глаза его товарища – на высоте *h*$_2$ = 190 см?

Решение: Исчезновение изображения часов может быть обусловлено либо существованием небольшого угла между поверхностями плит на их границе (Рисунок), либо небольшим понижением уровня следующей плиты относительно предыдущей, либо комбинацией этих эффектов.

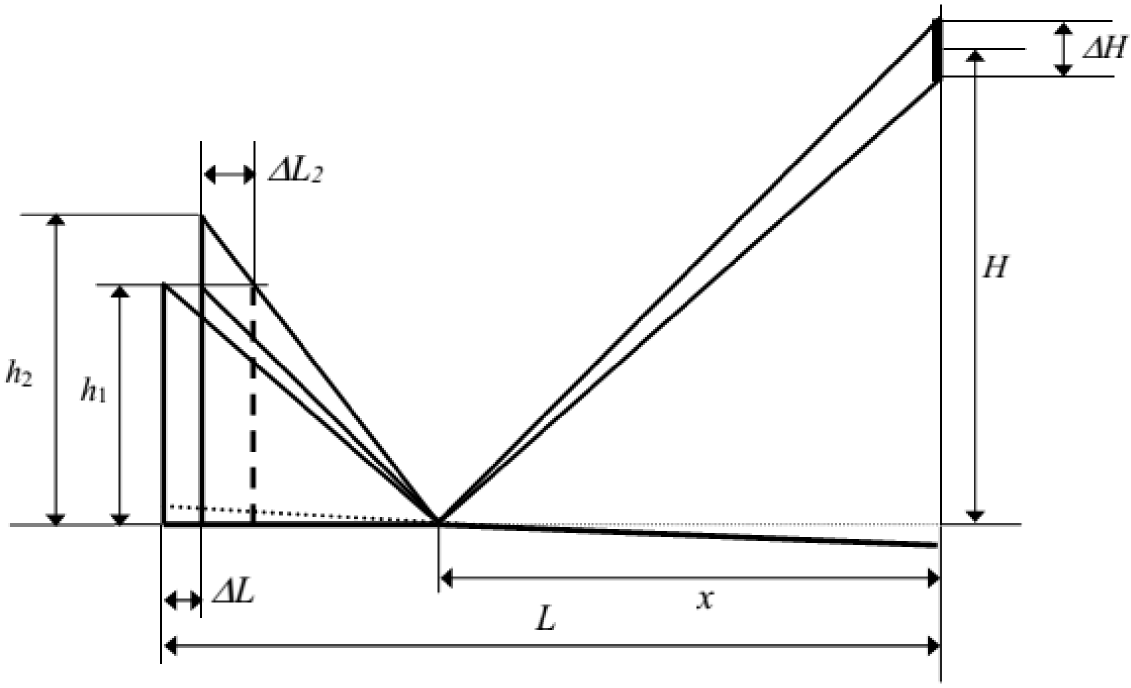


Рисунок. Ход лучей в случае разориентации плит

В любом случае, для решения задачи нужно определить расстояние от стены до точки исчезновения изображения часов (*x* на Рисунке), а также расстояние от стены до наблюдателя в этот момент (*L*–*ΔL* на Рисунке). Из равенства углов падения и отражения лучей, получается, что

$$x = \frac{L \cdot (H - \Delta H/2)}{h_1 + H - \Delta H/2} = \frac{(L - \Delta L)\cdot(H + \Delta H/2)}{h_1 + H + \Delta H/2},$$

$$\frac{(H - \Delta H/2)}{h_1 + H - \Delta H/2} = 0.626374$$

$$\frac{(H + \Delta H/2)}{h_1 + H + \Delta H/2} = 0.649485$$

$$0.626374 \cdot L = 0.649485 \cdot (L - 0.4) \Rightarrow (0.649485 - 0.626374)\cdot L = 0.4 \cdot 0.649485$$

$$L = 11.24\ м,\ x = 7.041\ м.$$

Отметим, что условие задачи позволяет принять за высоту часов над полом положения их верхнего либо нижнего края. В первом из этих двух случаев получается, что L = 9,953 м, x = 6,353 м, во втором случае L = 11,76 м, x = 7,675 м.

При замене значения h_1 большим значением h_2 значение x уменьшается, так что высокий товарищ наблюдателя видит изображение часов ближе к стене. Также, значение x уменьшается вместе с сокращением расстояния L, так что по мере приближения наблюдателей к стене с часами их изображение тоже движется к стене. По этой причине высокий товарищ первого наблюдатель «теряет» изображение часов на стыке раньше, а когда для первого наблюдателя исчезает верхняя кромка, второй видит её отражение уже от следующей плиты (Рисунок).

Смещение либо наклон второй плиты должны быть таковы, чтобы лучи, формирующие изображение часов, пошли к обоим наблюдателям под углом, большим, чем при отражении от первой плиты. Определять механизм формирования нового угла в данной задаче необходимости нет, поскольку для его получения достаточно высоты глаз второго наблюдателя. Для того, чтобы увидеть те же самые лучи, что видит высокий товарищ в момент, изображенный на Рисунке, первый наблюдатель должен пройти вперёд на расстояние L_2, которое, как видно из рисунка, даётся формулой

$$\Delta L_2 = \frac{L - \Delta L - x}{h_2} \cdot (h_2 - h_1) = 0.40\ м.$$

Если за высоту часов над полом принималось положение их верхнего края, то ΔL_2 = 0.38 м, а если нижнего – то ΔL_2 = 0,42 м.

Ответ: Пройти вперёд нужно ещё 0,4 м.

Оценка

Указан хотя бы один из возможных механизмов исчезновения изображения часов	2
Определено расстояние от стены до изображения часов (x)	5
Определено расстояние от наблюдателей до стены либо до изображения часов	5
Указана причина того, что два наблюдателя видят на одном и том же расстоянии от стены различающиеся элементы изображения часов	3
Получен окончательный ответ	5

Задание 3. (20 баллов) Погоня на болоте

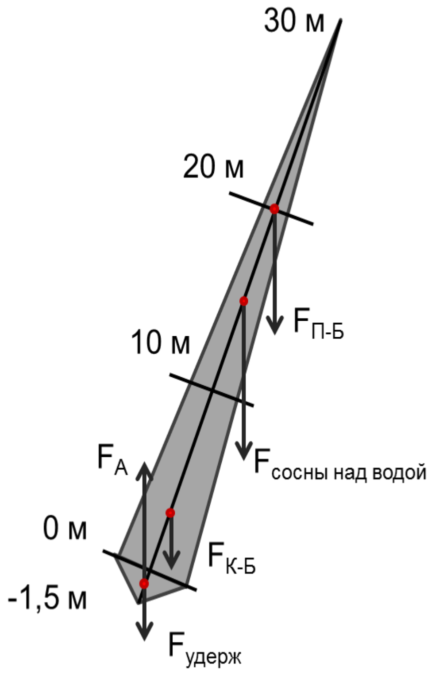
Буратино, убегая от Карабаса-Барабаса с полицейскими, забрался на ветку сосны, стоявшей в болоте. За ним быстро влезли оба полицейских и Карабас-Барабас, и тогда сосна свалилась в болото. Найдите силу, с которой сосна держалась за болотистую почву. Высота сосны 30 м, масса сосны 100 кг, плотность живой сосновой древесины 860 кг/м^3. Длина корня сосны 1,5 м, основная масса корней находится на половине достигаемой корнями глубины, корни составляют 20% массы дерева. Буратино, масса которого всего 2 кг, забрался на ветку, расположенную на высоте 20 м. Масса полицейского 60 кг. Масса Карабаса-Барабаса 100 кг, и он, в отличие от всех остальных, остался на толстой ветке на высоте 3 м.

Решение: 1) Сила Архимеда, действующая на сосну:

$F_A = \rho_{воды} \times g \times V_{сосны\ в\ воде} = \rho_{воды} \times g \times m_{сосны\ в\ воде} / \rho_{сосны} = \rho_{воды} \times g \times n \times m_{сосны} / \rho_{сосны} = 1000$ кг/м^3 $\times$ 10 Н/кг $\times$ 0,2 $\times$ 100 кг / 860 кг/м^3 = 232,5 Н, здесь доля корня от массы всей сосны обозначена n = 20 %, масса ствола сосны равна (1 – n) $\times$ $m_{сосны}$. Сила, приложенная к стволу и к корню, имеет точку приложения на середине длины;

2) Сила, действующая на двух полицейских и Буратино, залезших на одну ветку, равна действующей на них силе тяжести $F_{пб} = (2 \times m_{полиц} + m_{Буратино}) \times g$;

3) Запишем моменты сил, стремящихся уронить сосну. Сила Архимеда выталкивает сосну, следовательно, тоже стремится уронить её. Держалась сосна только благодаря $F_{удерж}$.



$F_{к-б} \times L_1 + F_{сосны\ над\ водой} \times L_2 + F_{пб} \times L_3 + F_a \times L_4 = F_{удерж} \times L_5$,

Обозначим силу тяжести, действующую на Карабаса-Барабаса за $F_{к-б.}$

$F_{удерж} = (F_{к-б} \times L_1 + F_{сосны\ над\ водой} \times L_2 + F_{пб} \times L_3 + F_A \times L_4)/ L_5$ = (100 кг × 10 Н/кг × 3 м + 80 кг × 10 Н/кг × 15 м + (2 × 60 + 2)кг × 10 Н/кг × 20 м + 232,5 Н × 0,75 м) / 0,75 м = 52 765, 8 Н = 52,8 кН.

Примечание: без учёта силы Архимеда $F_{удерж}$ = 52 533,3 Н = 52,5 кН, что неверно.

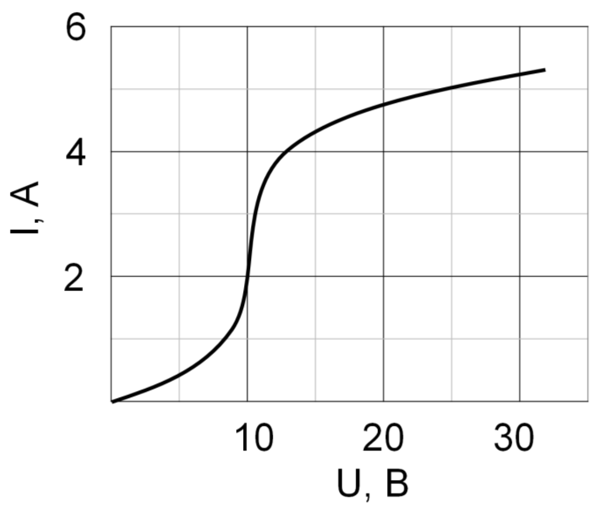
Ответ: $F_{удерж}$ = 52,8 кН.

Оценка:

Записана сила Архимеда	4
Записана сила тяжести, действующая на персонажей	4
Записано уравнение моментов и сделан рисунок	4
Записано выражение для силы, которая удерживала сосну и получен окончательный ответ	8

Задание 4. (20 баллов) Лампочка

К сети подключены резистор *R* = 1,8 Ом и лампа, соединенные последовательно. На лампе сила тока зависит от напряжения так, как показано на рисунке. Чему должно быть равно напряжение, чтобы КПД этой схемы равнялось 10%? Под КПД схемы понимают отношение мощности, которую потребляет лампа, к мощности, которую схема потребляет от сети.



Решение: Запишем КПД как отношение мощности на лампе к мощности параллельно соединенных лампы с резистором: $\text{КПД} = \frac{IU}{IU+RI^2}$. Так как R=1,8 Ом, то можно выразить зависимость $IU = 0{,}1IU + 0{,}18I^2$. Следовательно, выполняется соотношение $I = 5U$ (эта прямая изображена на графике пунктирной линией).

Так как на графике нет таких значений тока и напряжения на лампе, которые бы удовлетворяли этому соотношению, то в рассматриваемом интервале напряжений и токов нет такого значения напряжения схемы, при котором бы КПД равнялся 10 %.

Если бы пунктирная линия пересекала зависимость I(U) для лампы, то для точки их пересечения с координатами $(U_x; I_x)$ можно было бы найти напряжение для схемы с таким КПД из выражения $U_{0x} = U_x + I_x R$.
Ответ: такого напряжения нет.

Оценка:

Записана формула для расчета КПД в этой схеме	5
Получена зависимость силы тока от напряжения в этой схеме	5
Объяснено, почему в этой схеме такое соотношение выполняться может только в случае, когда I = 0 А и U = 0 В.	10

Задание 5. (20 баллов) Медный шарик
Медный шарик уронили на асфальт с высоты 5 м. Он несколько раз отскочил и был пойман на высоте 30 см. Считая, что 70% выделившейся энергии пошло на нагрев шарика, вычислить, на сколько градусов он нагрелся. Удельная теплоёмкость меди равна 390 Дж/кг×°С.

Решение: 1) Шарик обладал потенциальной энергией до того как его уронили $E_{\text{потенц}1} = mgh_1$ и когда его поймали $E_{\text{потенц}2} = mgh_2$. Значит потери энергии составили $\Delta E_{\text{потенц}} = mg\ (h_1 - h_2)$. На нагрев шарика пошло $E_{\text{шар}} = \text{КПД} \times mg\ (h_1 - h_2)$.
2) Энергия, затраченная на нагрев шарика равна $Q = cm\Delta t$.
3) $E_{\text{шар}} = Q$, значит из пункта 1 и 2 получаем $\text{КПД} \times mg\ (h_1 - h_2) = cm\Delta t$, отсюда
$\Delta t = \frac{\text{КПД}\times mg\ (h_1-h_2)}{cm} = \frac{0{,}7\times 10\text{м/с}^2\ (5-0{,}3)\text{м}}{390\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\text{o}\text{С}}} = 0{,}084^\text{o}\text{С}.$
Ответ: шарик нагрелся на 0,084 °С

Оценка:

Записано выражение для энергии с учетом КПД	4
Записана разница потенциальных энергий	4
Записана формула для теплоемкости	2
Записано уравнение из пункта 3, объединяющее энергию и теплоту	5
Получен ответ	5

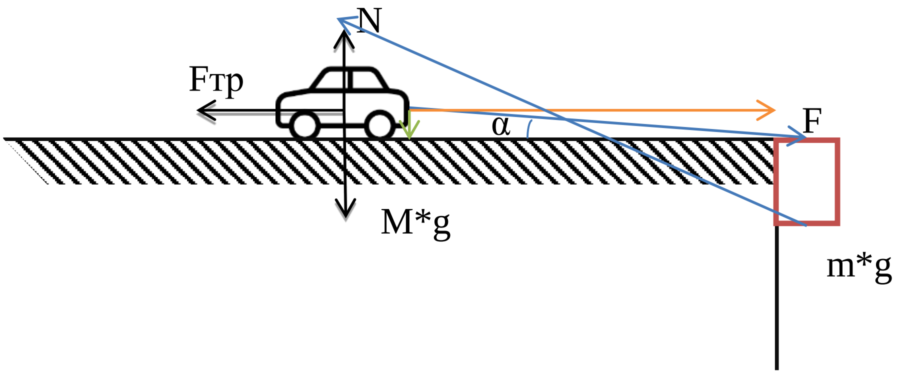
2 вариант

Задание 1. (20 баллов) Боевик
Машина марки Х массой *M*, стоит в 10 метрах от обрыва. Достаточно длинная нерастяжимая веревка привязана одним концом к бамперу машины, другим к тяжелому грузу, который сталкивают с обрыва. Оцените массу груза, которой будет достаточно, чтобы сдвинуть машину, если автомобиль стоит на сухом асфальте, мокром асфальте и на льду. Отдельно рассмотрите случай, если машина стоит «на ручнике» (колеса заблокированы). Бампер машины марки Х находится на высоте 50 см.

Коэффициенты трения скольжения

Шины по сухому асфальту	0,5-0,7
Шины по мокрому асфальту	0,35-0,45
Шины по льду	0,15-0,20

Решение: Изобразим машину, к которой приложены 4 силы: сила тяжести M×g, сила реакции опоры N, сила трения покоя Fтр и сила F. Из-за того, что веревка нерастяжимая, можно считать, что F=m×g



Рассмотрим ситуацию, когда машина еще покоится. Тогда запишем проекции сил согласно первому закону Ньютона:

$$\begin{cases} oy: N = M \times g + m \times g \times sin(\alpha) \\ ox: F\text{тр} = m \times g \times cos(\alpha) \end{cases}$$

Сила трения покоя определяется из выражения

$$F\text{тр} \leq \mu \times N$$

Подставим в сюда выражения из системы выше

$$m \times g \times cos(\alpha) \leq \mu \times (M \times g + m \times g \times sin(\alpha))$$

Откуда

$$m \times cos(\alpha) - \mu \times m \times sin(\alpha) \leq \mu \times M$$

и наконец

$$m \leq \frac{\mu}{cos(\alpha) - \mu * sin(\alpha)} \times M$$

В случае, когда это неравенство не выполняется, машина сдвинется с места. Таким образом, искомую массу груза m можно найти из неравенства

$$m > \frac{\mu}{cos(\alpha) - \mu * sin(\alpha)} \times M$$

Определим синус и косинус:

$$cos(\alpha) = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 0{,}5^2}} = 0{,}998752339$$

$$sin(\alpha) = \frac{0{,}5}{\sqrt{10^2 + 0{,}5^2}} = 0{,}049937617$$

В случае, когда машина стоит на ручнике, трения скольжения нет (коэффициент можно считать равным 1)

Подставим полученные значения (достаточно подставить нижние границы диапазонов коэффициентов трения скольжения)

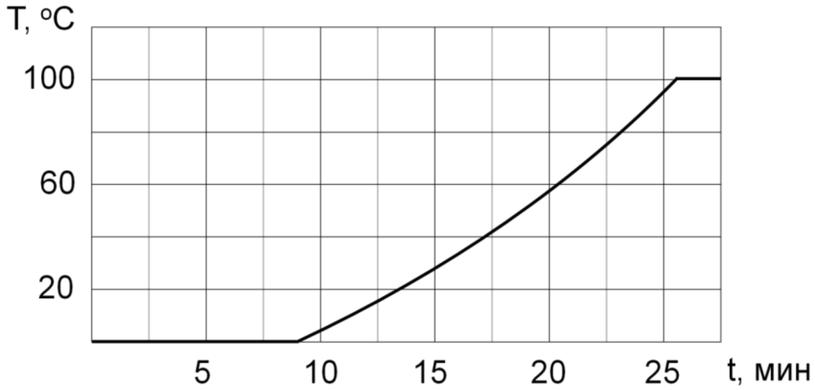
	Ответ
Шины по сухому асфальту	0,513×M
Шины по мокрому асфальту	0,357×M
Шины по льду	0,151×M
«На ручнике»	1,054×M

Оценка

Изображены все действующие силы и/или правильно записаны проекции всех сил	6
Получена расчетная формула	6
Получены ответы для каждого условия (по 2 балла за каждое условие)	8

Задание 2. (20 баллов) Неудача с термосом

Юра Городин, отправляясь в поход, взял с собой «умный» термос, перед выходом из дома он налил туда холодную воду и бросил немного ягодного льда. «Интеллект» термоса позволяет нагревать содержимое по заданной программе и параллельно отсылать данные о температуре жидкости на Юрин телефон в виде графика, представленного на рисунке. Юра задал программу «морс», чтобы жидкость в термосе нагрелась и покипела пару минут. Оказалось, что термос подтекает, и Юра заметил это только через 26 минут. Какова была масса жидкости в термосе, когда весь лед растаял? Какая масса жидкости вытекала в Юрин рюкзак каждую минуту? Сколько в граммах воды с ягодным льдом Юра смешал в термосе перед выходом из дома? Мощность «умного», но негерметичного термоса 400 Вт, плотность ягодного льда такая же, как и у воды.



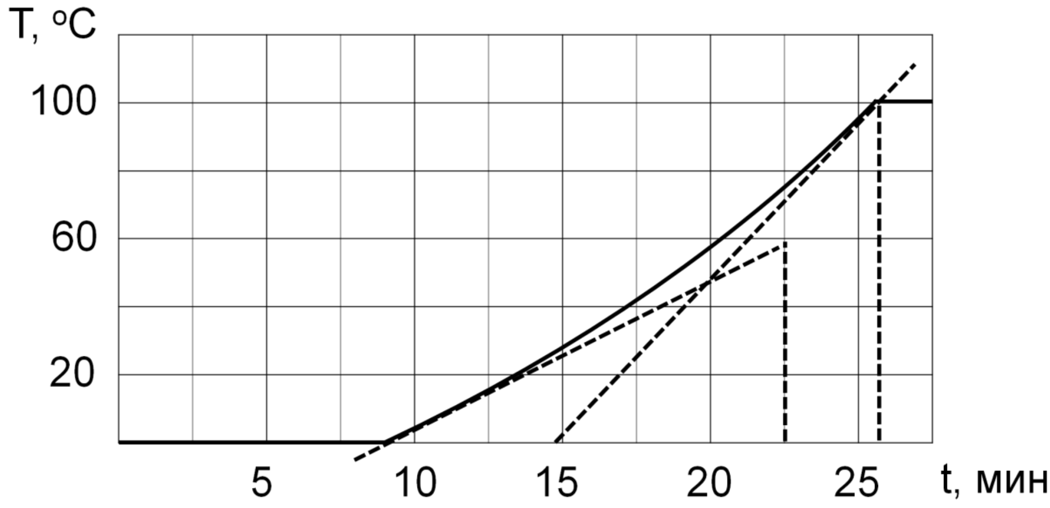
Решение: Вся работа термоса пошла на нагрев – сначала льда в воде, потом воды.

$$A_1 = P\Delta t_1$$
$$Q_1 = \lambda m_{\text{льда}}$$
$$A_1 = Q_1 \rightarrow P\Delta t_1 = \lambda m_{\text{льда}} \rightarrow m_{\text{льда}} = \frac{400\ \text{Вт} \times 9 \times 60\ \text{с}}{340000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = 0{,}01\ \text{кг}$$

Если рассматривать участок примерно с 9 минуты, когда происходил только нагрев жидкости, то:

$$A_2 = P\Delta t_2$$
$$Q_2 = cm_{\text{воды}}\Delta T$$
$$A_2 = Q_2 \rightarrow P\Delta t_2 = cm_{\text{воды}}\Delta T \ \rightarrow m_{\text{воды}} = \frac{\Delta t_2}{\Delta T} \times \frac{P}{c}$$

Построим прямоугольные треугольники, гипотенузы которых касаются зависимости T(t) в точках T=0 °C и 100 °C:



Тогда $\Delta t_2\ (T = 0^oC) \approx 16$ с, $\Delta t_2\ (T = 100^oC) \approx 11$ с, следовательно:

$$m_0 \approx \frac{16 \times 60\ \text{с}}{60^o\text{C}} \times \frac{400\ \text{Вт}}{4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}^o\text{C}}} \approx 1{,}52\ \text{кг};\ m_{100}\ \approx \frac{11 \times 60\ \text{с}}{100^o\text{C}} \times \frac{400\ \text{Вт}}{4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}^o\text{C}}} \approx 0{,}63\ \text{кг}$$

Значит в термосе, когда весь лед растаял, находилось 1,52 кг жидкости.
Из термоса жидкость вытекала со скоростью:

$$V = \frac{m_{0^oC} - m_{100^oC}}{t_{0^oC} - t_{100^oC}} \approx \frac{1{,}52\ \text{кг} - 0{,}63\ \text{кг}}{26\ \text{мин} - 9\ \text{мин}} = 0{,}052\ \text{кг/мин}$$

Перед выходом из дома Юра смешал в термосе только лишь $M = m_{\text{льда}} + m_0 \approx 0{,}01\ \text{кг} + 1{,}52\ \text{кг} = 1{,}53\ \text{кг}$.

Ответы: в термосе, когда весь лед растаял находилось 1,52 кг жидкости;
Из термоса жидкость вытекала со скоростью $V \approx 0{,}052\ \text{кг/мин}$
Перед выходом из дома Юра смешал в термосе компонентов на $M = 1{,}53\ \text{кг}$.

Оценка:

Найдено количество ягодного льда	2
Получена формула для работы, подводимой к нагреваемой воде	3
Определены значения $\frac{\Delta t_2}{\Delta T}$ для воды	3
Расчитана масса воды при 0^oC	3
Получена общая масса жидкости	3
Расчитана масса воды при 100^oC	3
Получена скорость вытекания жидкости	3

Задание 3. (20 баллов) Полевые работы

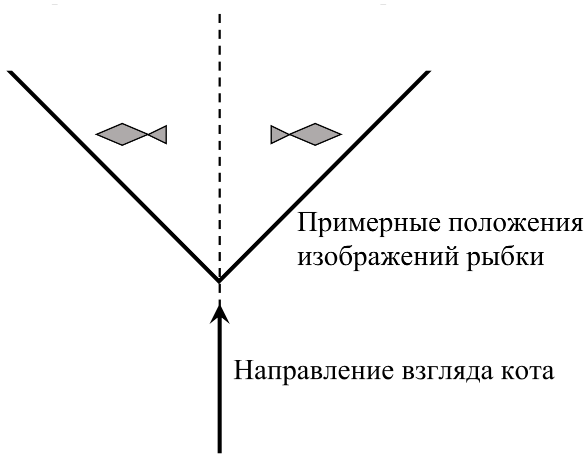
Зерносушилка имеет скорость движения ленты транспортёра 15 см в минуту, ширину ленты 1 м 20 см и стерилизует зерно слоем толщиной 7 мм. При этом зерно нагревается от 15 до 65 ^{o}С. Сколько лопат зерна нужно было перекидать на солнце, чтобы провеять такое же количество зерна, какое сушилка перерабатывает за сутки? Удельная теплоёмкость зерна равна 1,54 кДж/кг×^{o}С, в лопату помещается 3 л зерна, которое подкидывают на высоту 2 м.

Решение: 1) Длина ленты транспортёра L = v×t, где t = 1 сутки, v – скорость движения ленты.
Работа сушилки $A_{\text{сушилки}} = Q_{\text{нагрева зерна}}$ = C×m$_1$×ΔT = C×ρ×V$_1$×ΔT = C×ρ×a×в×v×t×ΔT, где a – ширина ленты транспортера, b – толщина слоя зерна, который нужно стерилизовать, ρ – плотность зерна.
2) Работа по подкидыванию зерна на высоту h равна $A_{\text{лопатой}}$ = z×m$_{2\times}$g×h = z×ρ×V$_2$×g×h, где z – то количество взмахов лопатой, которое нужно было сделать, а V$_2$ – объем, который вмещает лопата.
3) $A_{\text{сушилки}} = A_{\text{лопатой}}$, C×ρ×a×в×v×t×ΔT = z×ρ×V2×g×h, z = C×a×в×v×t×ΔT / V$_2$×g×h = 1,54 × 10^3 Дж/кг^{0}С × 0,007 м × 1,2 м × 0,15 м × 24 × 60 × (65-15)^{0}С / (3 × 10^{-3} м^3 × 9,8 м/с^2 × 2 м) = 2 376 000.
Ответ: 2 376 000 взмахов лопатой нужно было сделать, что просушить такое же количество зерна на солнце.

Оценка:

Получена масса зерна, которое проходит через сушилку	3
Найдено количество теплоты, которое нужно подводить к зерну	4
Найдена работа, которую нужно совершать, подкидывая зерно лопатой	4
Записано равенство работы, совершаемой на сушилке, работе лопатой. Получена общая формула из пункта 3	5
Получен окончательный ответ	4

Задание 4. (20 баллов) Многомерная рыбка



Кот наблюдает за рыбкой, живущей в большом прямоугольном аквариуме (см. рисунок, где показан вид сверху). Рыбка находилась сначала на дне в самом углу (точка А), от кота она отплывает подальше, оставаясь у дна. Когда взгляд кота направлен параллельно дну аквариума (то есть, параллельно плоскости рисунка), он видит два изображения рыбки, симметрично удаляющиеся друг от друга. Когда расстояние между изображениями достигает 10 см, рыбка останавливается. Под каким наименьшим углом может кот заглянуть в аквариум сверху, чтобы увидеть ещё одно изображение рыбки, если глубина воды составляет 40 см? Считать, что изображения формируются лучами, параллельными направлению взгляда кота. Показатель преломления воды считать равным 4/3. При решении можно использовать калькулятор.

Решение: Если изображения рыбки формируются лучами, параллельными взгляду кота, то относительно «настоящей» рыбки они будут расположены так, как показано на Рисунке 1:

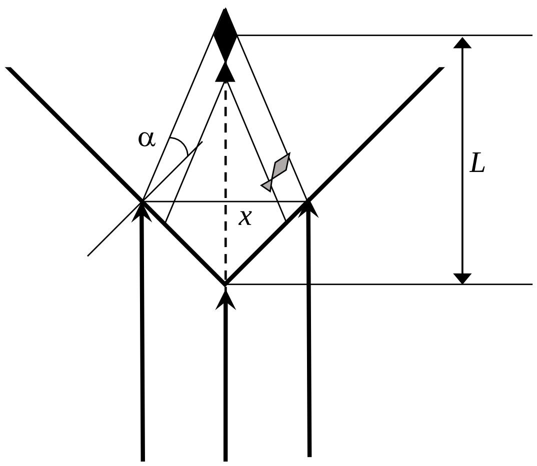


Рисунок 1. Определение расстояния до рыбки исходя из положения изображений

Примем расстояние между изображениями за x.

$$n \cdot \sin\alpha = \sin 45^o \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sin 45^o}{n} = 0{,}53033,\ \alpha = 32^o$$

В треугольнике ΔABC ∠A=45°, ∠B=90°+α, ∠C=180° -(45° +90° +α)=13°

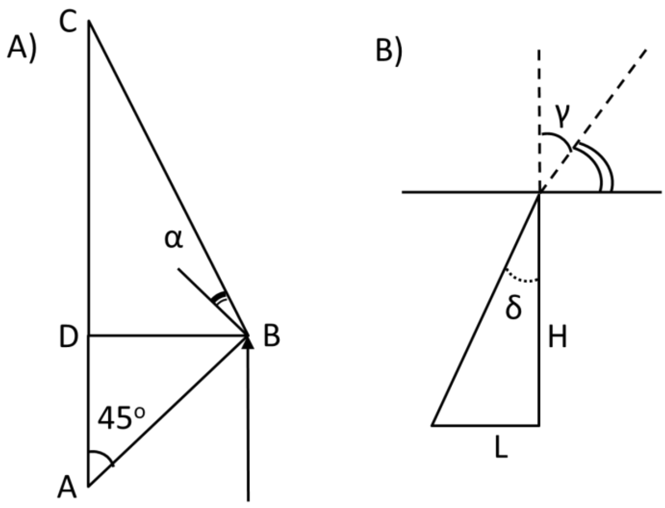


Рисунок 2. Вид на аквариум сбоку (А) и сверху (В).

В треугольнике ΔBDC: $tg\,C = \frac{BD}{DC}; DC = \frac{BD}{tg\,C} = \frac{x}{2 \cdot tg 45^o - \alpha} = 0.2165$ м

$$AC = L = DC + \frac{x}{2} = 0,2666 \text{ м}$$

Рассмотрим вид на аквариум сверху (Рис. 2 (В))

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\delta} = n\,, tg\,\delta = \frac{L}{H} = \frac{0,2666}{0,4} = 0,6664 \Rightarrow \delta = 33^o$$

$$si\,n\,\gamma = \sin\delta \cdot n = 0,5548 \cdot \frac{4}{3} = 0,7397 \Rightarrow \gamma = 47^o 42' \approx 48^o$$

Где γ угол между нормалью к поверхности аквариума, под которым должен смотреть кот. Если вести отчет угла от горизонтали (поверхности аквариума) то угол будет равен 90°-48°=42°.

Ответ: кот сможет увидеть третье изображение рыбки если посмотрит под углом 42°.

Оценка

Рассмотрен закон преломления света	2
Получен угол между истинным положением рыбки и её изображением	10
Получено значение расстояния, на которое должна удалиться рыбка от стенок аквариума для того, чтобы кот мог увидеть её через горизонтальную поверхность воды	12
Получен ответ задачи	6

Задание 5. (20 баллов) Тяжелое лето

Любопытный школьник нашел в начале летних каникул на чердаке ржавые пружинные весы. Он с некоторой высоты бросил на них гирю массой 2 кг и, к его удивлению, стрелка весов указала на 3 кг. Потом школьник вспомнил, что на лето у него много планов и отправился их реализовывать, а весы показал своей младшей сестре. Его младшая сестра все лето с завидной периодичностью взвешивала всё, что находила в доме и могла уместить на весах. В конце августа школьник снова наткнулся на весы и аккуратно положил на весы ту же гирю. Оказалось, что стрелка весов снова указывает на 3 кг. Во сколько раз изменился коэффициент жесткости пружины за лето благодаря стараниям младшей сестры?

Решение: Так как вес гири и сила упругости пружины весов направлены в противоположные стороны, то в начале лета можно считать, что $k_1 \Delta x_1 = m_1 g$. Но так как школьник гирю на весы не аккуратно положил, а бросил, то можно обозначит добавочное давление в виде $k_1 \Delta x_2 = k_1 \Delta x_1 + m_1 g$, где Δx_2 отражает показания весов в килограмма, так как у простых пружинных весов именно по изменению длины пружины прокалиброванa шкала.

Так как пружина за лето должна была стала менее жесткой из-за частого и усиленного использования, то в конце лета $k_2 \Delta x_2 = m_1 g$. Здесь по-прежнему стоит Δx_2, потому что на весах школьник увидел то же число, что и в начале лета.

Значит нужно решить систему

$$\begin{cases} k_1 \Delta x_1 = m_1 g. \\ k_1 \Delta x_2 = k_1 \Delta x_1 + m_1 g, \\ k_2 \Delta x_2 = m_1 g \end{cases} \text{или} \begin{cases} k_1 \Delta x_1 = 20 \text{ Н}. \\ k_1 \Delta x_2 = k_1 \Delta x_1 + 10, \\ k_2 \Delta x_2 = 20 \text{ Н} \end{cases} \text{а значит,} \begin{cases} k_1 \Delta x_2 = 30 \text{ Н} \\ k_2 \Delta x_2 = 20 \text{ Н} \end{cases}.$$

$$k_2 = k_1 \frac{2}{3}$$

Ответ: коэффициент жесткости пружины уменьшился на 1/3.

Оценка

Записано равенство сил для гири массой 2 кг в идеальном случае (первая формула), посчитан вес тела	4
Записано равенство сил для гири массой 2 кг, которую кинули на весы (вторая формула), введен и посчитан вес добавочной массы	4
Записано равенство сил для гири массой 2 кг, в конце лета (третья формула), посчитан вес тела	4
Записана система из трех уравнений	4

Получен окончательный ответ через соотношение коэффициентов жесткости	4