

Физика 8-9 класс

Задача 1. Пресноводное море

Озеро Танганьика в Африке – самое длинное пресноводное озеро в мире и второе по объему и глубине после Байкала. Его максимальная глубина составляет 1440 м. Оно расположено в длинном горном разломе на высоте более 770 метров над уровнем моря. Атмосферное давление на такой высоте не превышает 720 мм. рт. ст. Какой максимальной высоты может быть весь столбик ртутного манометра, если его опустить на дно этого озера в самой глубоководной его точке? Плотность ртути 13540 кг/м^3 , плотность пресной воды считать равной 1 г/см^3 . Ответ выразите в дециметрах, округлив до целого числа.

Решение

Давление столбика ртути в манометре равно внешнему давлению $p_{ext} = \rho_{Hg}gh_{Hg}$,

Внешнее абсолютное давление на глубине h_0 с другой стороны $p_{ext} = \rho_{в}gh_0 + p_A$,

где атмосферное давление измерено тем же ртутным манометром с высотой столба h_A : $p_A = \rho_{Hg}gh_A$.

Тогда:

$$\rho_{Hg}gh_{Hg} = \rho_{в}gh_0 + \rho_{Hg}gh_A, \text{ или}$$

$$h_{Hg} = \frac{\rho_{в}}{\rho_{Hg}}h_0 + h_A = \frac{1000 \cdot 1440}{13540} + 0.720 \approx 106.35 + 0.72 = 107.07 \text{ м} \approx 1071 \text{ дм.}$$

Критерий	Числ. ответ	Баллы
$h_p \approx 1071 \text{ дм.}$	1071	10

Задача 2. Онлайн-спринтер

Восьмиклассник Егор ходит в школу из дома с постоянной скоростью 2 м/с . Расстояние от дома до школы 200 м , и Егор обычно успевает как раз к началу урока. Однажды, вспомнив про то, что не выключил компьютер с онлайн игрой, на выключение которого он тратит где-то 10 с , он решает вернуться с полпути домой.

На каком расстоянии от школы будет находиться Егор к началу урока, если с этого момента будет бежать со скоростью $14,4 \text{ км/ч}$? Если он успеет на урок расстояние считать равным 0 . Ответ приведите в метрах, округлив до целого числа.

Решение

Весь запас времени Егора: $\Delta t = L/v = 200 \text{ м} / 2 \text{ м/с} = 100 \text{ с}$.

Дома он будет через $t_{обр} = L/2v_б = 100 \text{ м} / 4 \text{ м/с} = 25 \text{ с}$.

Тогда на дорогу бегом до школы у него остаётся $t_{зап} = \Delta t / 2 - (t_{обр} + t_{выкл}) = 50 - 35 = 15 \text{ с}$.

За это время Егор пробежит путь $S_{бег} = v_б \cdot t_{зап} = 4 \cdot 15 = 60 \text{ м}$.

Таким образом, к началу урока он будет находиться на расстоянии 140 м от школы.

Критерий	Числ. ответ	Баллы
Расстояние 140 м	140	8

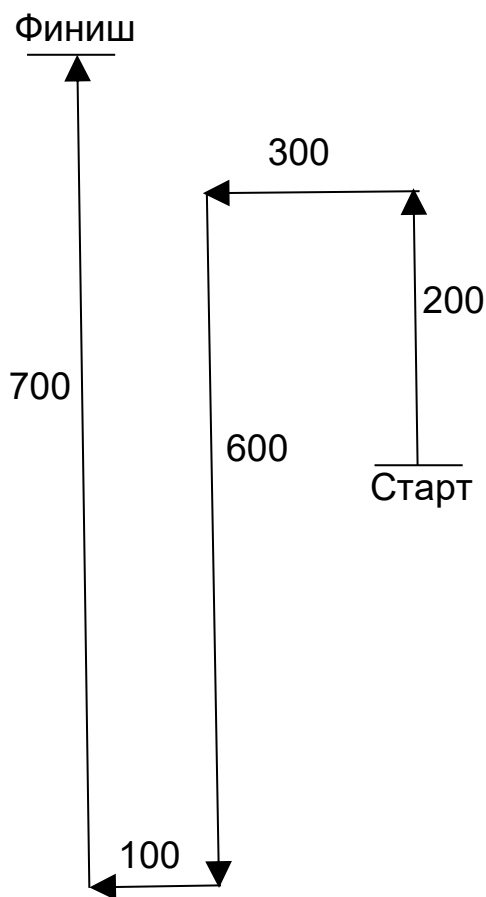
Задача 3. Остров сокровищ

Пираты ищут сокровища на острове по старой карте. Первым делом они нашли стартовую точку - большой дуб. Далее они шли по словесному описанию: 200 метров на север, 300 метров на запад, 600 метров на юг, 100 метров на запад и наконец 700 метров на север. Какой путь им пришлось пройти? На каком расстоянии от старого дуба в конечном итоге они оказались? Ответы приведите в метрах, округлив до целого числа.

Решение:

Рисунок ниже. Прошли $200+300+600+100+700 = 1900$ метров.

Перемещение. Прямоугольный треугольник. От старта на запад $100+300 = 400$ метров. От старта на север: $700 - 400 = 300$ метров. Перемещение будет равно по т. Пифагора $\sqrt{400^2 + 300^2} = 500$ метров.



Критерий	Числ. ответ	Баллы
Получен ответ для пройденного расстояния: 1900 м	1900	2
Получен ответ для перемещения: 500 м.	500	5

Задача 4. Главный приз

Главный приз победителя олимпиады по физике – красивая статуэтка массой 609 грамм с головой из чистого золота, объем которой составляет $\frac{1}{3}$ общего объема статуэтки, а остальная часть – из алюминия. Каков общий объем статуэтки в миллилитрах? Ответ округлите до целых.

Если победитель-естествоиспытатель опустит её в бак со ртутью, то какой будет масса части статуэтки, которая будет находиться над поверхностью? Ответ округлите до десятых, выразив его в граммах. Если статуэтка утонет, массу считать равной 0.

Плотность золота высшей пробы $19,3 \text{ г/см}^3$, алюминия – 2700 кг/м^3 , ртути – 13540 кг/м^3 .

Решение

Объём статуэтки: $V_{\text{общ}} = 3V_{\text{гол}} = 3/2V_{\text{тела}}$.

масса $m_{\text{общ}} = m_{\text{гол}} + m_{\text{тела}} = 1/3 \cdot V_{\text{общ}} \cdot \rho_{\text{Au}} + 2/3 \cdot V_{\text{общ}} \cdot \rho_{\text{Al}} = V_{\text{общ}} (1/3 \rho_{\text{Au}} + 2/3 \rho_{\text{Al}})$,

тогда $V_{\text{общ}} = m_{\text{общ}} / (1/3 \rho_{\text{Au}} + 2/3 \rho_{\text{Al}}) = 609 / (6.43 + 1.8) = 609 / 8.23 = 73.99 = 74 \text{ см}^3 = 74 \text{ мл}$.

Вес статуэтки $m_{\text{общ}} g = m_{\text{Hg}} g = V_{\text{погр}} \cdot \rho_{\text{Hg}} \cdot g$,

тогда $V_{\text{погр}} = m_{\text{общ}} / \rho_{\text{Hg}} = 609 / 13.54 = 44.97 = 45 \text{ см}^3$.

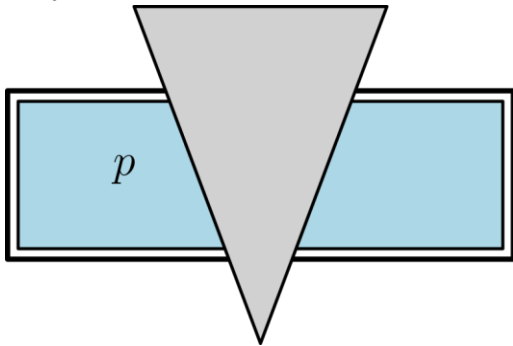
Так как плотность золота больше плотности алюминия, то статуэтка будет плавать вниз головой - из ртути будет видна нижняя её часть, сделанная из алюминия.

$m_{\text{плав}} = (V_{\text{общ}} - V_{\text{погр}}) \rho_{\text{Al}} = 29 \cdot 2.7 = 78.3 \text{ г}$.

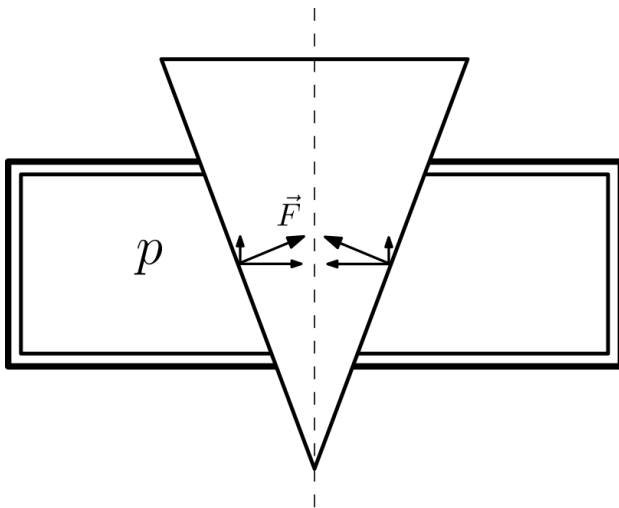
Критерий	Числ. ответ	Баллы
$V_{\text{общ}} = 74 \text{ мл}$.	74	5
$m_{\text{плав}} = 78.3 \text{ г}$.	78.3	10

Задача 5. Морковка

В верхней и нижней стенках сосуда проделаны отверстия диаметром 10 мм и 6 мм соответственно, которые плотно заткнуты конической пробкой. Сосуд заполнен жидкостью, сжатой до давления $p = 0,2 \text{ МПа}$. Найдите суммарную силу в ньютонах, действующую со стороны жидкости на пробку, и округлите до целого числа.



Решение



Поскольку пробка симметрична относительно своей оси, все горизонтальные компоненты силы, действующей на пробку со стороны жидкости, будут скомпенсированы. Таким образом, $F = pS$, где S — разность площадей верхнего и нижнего оснований $S = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \pi \cdot (d_1^2 - d_2^2) / 4$.

Результирующая сила $F = p \cdot \pi \cdot (d_1^2 - d_2^2) / 4 = 10 \text{ Н}$.

Критерий	Числ. ответ	Баллы
$F = 10 \text{ Н.}$	10	10

Задача 6. Паяльник

Шпунтика пригласили на Конгресс Электроники и Технологий, ежегодно проходящий в США. В чемодан, первым делом, полетел любимый паяльник. Шпунтик привык к тому, что, когда паяльник включен в сеть 220 В, температура жала устанавливается на уровне 400°C. Вскоре он вспомнил, что в США напряжение в сети ниже, всего 110 В. До какой температуры нагреется жало, когда паяльник включат в электросеть США? Ответ, округлив до целых, выразите в градусах Цельсия. Как ни странно, паяльник Шпунтика не имеет терморегулятора, нагреватель представляет собой спираль, сопротивление которой можно считать постоянной. Теплоотдача пропорциональна разности температур. Температуру воздуха в комнате, где работает паяльник, примите равной 20°C.

Решение

Мощность паяльника постоянна, в установившемся режиме он дает $P = U^2/r$ тепла в ед. времени, которое уравнивается только теплопотерями в виде передачи тепла воздуху. Пусть q - коэффициент теплопередачи. Тогда теплопотери: $W = q(400 - 20)$.

Отсюда находим отношение: $q \cdot r = 220^2/380 = 127.37$.

В США напряжение другое, следовательно, мощность упадет. $q(T - 20) = 110^2/r$. Сюда можно подставить известное нам отношение: $127.37 (T - 20) = 110^2$, откуда температура равна:

$$T = 20 + 110^2/127.37 = 20 + 94.99 \approx 115 \text{ C.}$$

Критерий	Числ. ответ	Баллы
$T \approx 115 \text{ C.}$	115	15

Задача 7. Прогулка Иннокентия

Ученый с мировым именем Иннокентий сконструировал средство передвижения, которое, рванув с места и «отмахав» за 12 минут 96 километров, вдруг замирает, пыхтит, топчется на одном месте и только через час после остановки снова бросается в путь. Затем всё повторяется. За сколько часов ученый с мировым именем, катаясь на своем средстве, проедет 432 км? Ответ округлите до десятых. Вычисли среднюю скорость средства во время этой прогулки в км/ч и округлите до целого числа.

Решение:

Количество отрезков по 96 км: $432/96=4.5$,

Количество остановок: 4

Время во время движения: $4.5 \cdot 12/60=0.9$ ч.

Время во время простоя: 4 ч

Общее время: $4+0.9=4.9$ ч.

Средняя путевая скорость $432/4.9=88.16 \text{ км/ч} \approx 88 \text{ км/ч}$

Критерий	Числ. ответ	Баллы
Общее время 4.9 ч	4.9	5

средняя путевая скорость 88км/ч	88	5
---------------------------------	----	---

Задача 8. Интересный кирпич

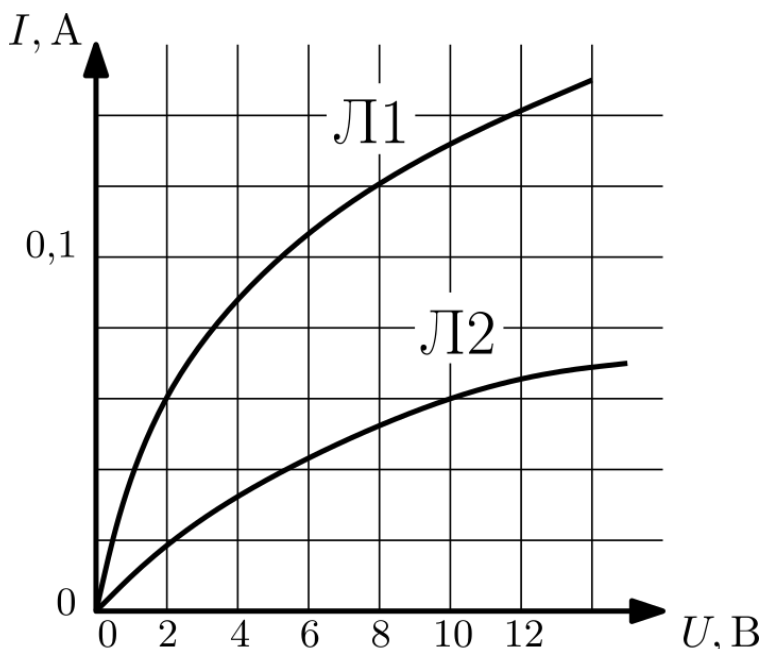
Однородный ровный кирпич положили на горизонтальную поверхность тремя разными гранями и измерили оказываемое им давление, которое оказалось равном 520 Па, 900 Па и 1960 Па. Найдите среднюю плотность материала кирпича, если его масса составляет 1 кг 300 г. Ответ выразите в кг/м³ и округлите до целого. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с².

Решение.

Кирпич представляет из себя параллелепипед, обозначим длины его граней за a , b , c . Тогда давления, оказываемые гранями кирпича равны $p_1=mg/(ab)$, $p_2=mg/(bc)$, $p_3=mg/(ac)$, m — масса кирпича. Искомая же плотность равна $\rho = m/V = m/(abc)$, где V — объем параллелепипеда. Заметим, что произведение давлений $p_1 p_2 p_3 = m^3 g^3 / (abc)^2 = \rho^2 m g^3$. Отсюда найдём плотность $\rho = \sqrt{p_1 p_2 p_3 / m g^3} = 840 \text{ кг/м}^3$.

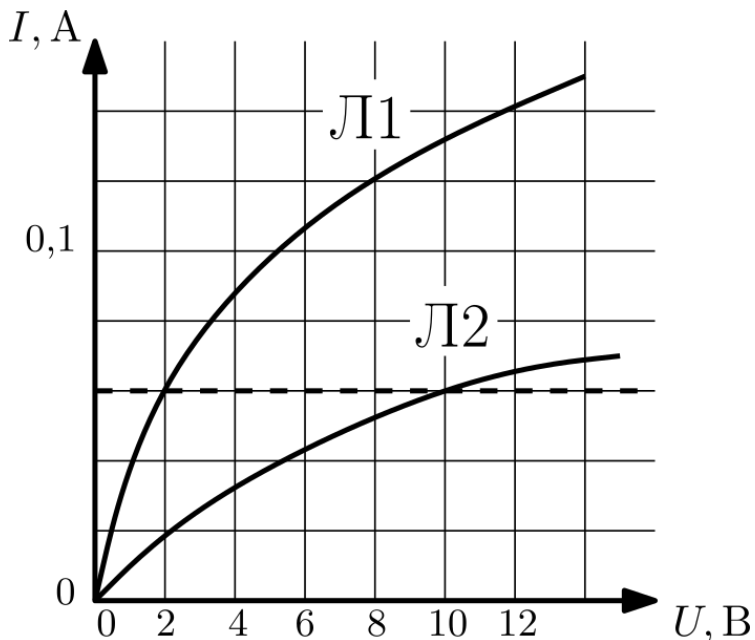
Критерий	Числ. ответ	Баллы
Плотность кирпича: 840 кг/м ³	840	10

Задача 9. Две лампочки



На рисунке показаны вольт-амперные характеристики двух лампочек Л1 и Л2. Лампочки соединили последовательно и подключили к источнику постоянного напряжения 12 В. Определите силу тока, текущего через лампочку Л1. Ответ запишите в амперах, округлив до сотых.

Решение



Поскольку лампочки соединены последовательно, ток, текущий через них, будет одинаковым, а падения напряжения на них в сумме дают 12 В: $U_1 + U_2 = 12$ В. На графике проведём горизонтальную прямую таким образом, чтобы сумма падений напряжений на лампочках была равна 12 В. Соответствующая сила тока равна 0,06 А.

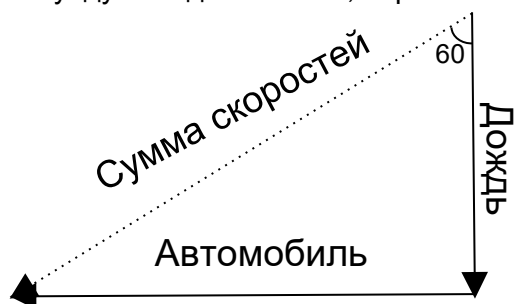
Критерий	Числ. ответ	Баллы
0,06 А.	0,06	10

Задача 10. Капли дождя

Автомобилиста в безветренную погоду по дороге домой застиг дождь. Большая туча висела неподвижно и капли дождя летели к земле по прямым линиям с постоянной скоростью. От удивления он замедлился до 50 км/ч и сделал снимок в боковое окно. Дома он обнаружил, что струи дождя на снимке имеют наклон 60° от вертикали. Найдите скорость у капли дождя в м/с и округлите её до целого числа.

Решение:

Простое сложение скоростей. Машина или вернее горизонтальная скорость составляет 13.9 метров в секунду. Следовательно, вертикальная будет $13.9 / \tan 60 = 20 / 1.73 = 8.02 = 8$ м/с.



Критерий	Числ. ответ	Баллы
8 м/с	8	5

Физика 10-11 класс

Задача 1. Ящик фараона

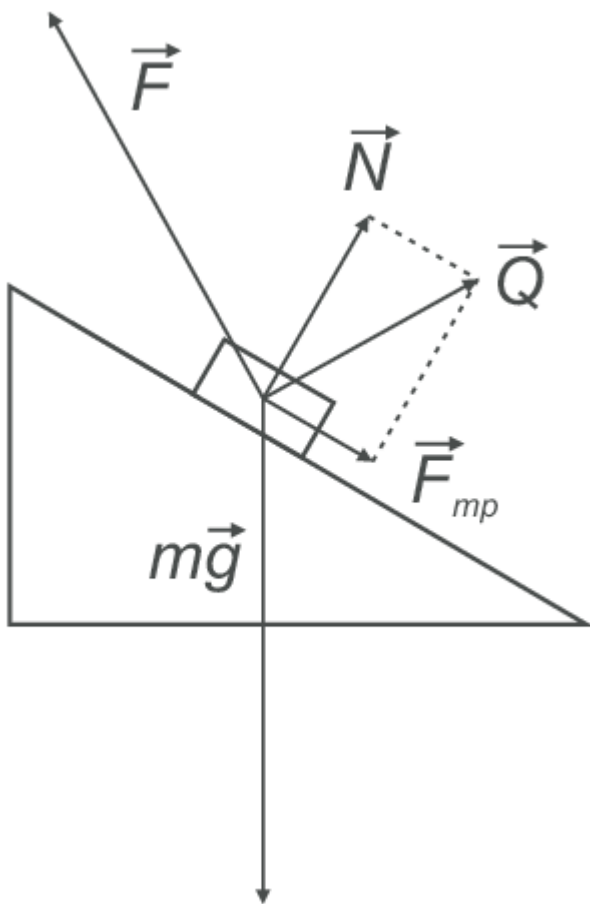
По наклонной плоскости, образующей угол 20° с горизонтом, за веревку затаскивают ящик. Коэффициент трения ящика о плоскость равен 0,58. Под каким углом к горизонту следует направить веревку, чтобы с наименьшим усилием равномерно затаскивать ящик? Ответ запишите в градусах, округлив до целого числа.

Решение

На ящик действует сила тяжести $m\mathbf{g}$, сила натяжения веревки \mathbf{F} , сила нормальной реакции опоры \mathbf{N} и сила трения $\mathbf{F}_{тр}$. Спроецируем все силы на направления вдоль сходней и перпендикулярно к ним, и запишем соответствующие уравнения движения.

(Дальнейшее решение возможно и путем отыскания производной $\frac{\partial F}{\partial \beta}$, но, поскольку задача рассчитана на 10 класс, мы пойдем другим путем)

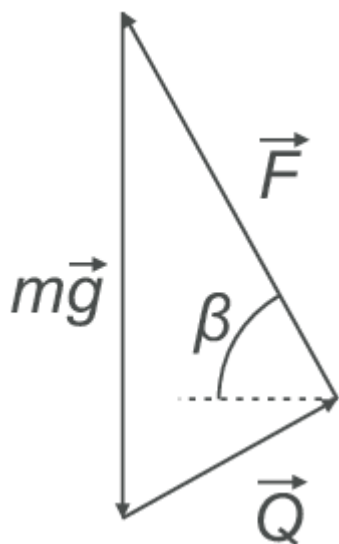
Заменим силы \mathbf{N} и $\mathbf{F}_{тр}$ их равнодействующей - полной силой реакции опоры $\mathbf{Q} = \mathbf{N} + \mathbf{F}_{тр}$ (см. рис.).



При равномерном движении сумма сил \mathbf{Q} , \mathbf{F} и $m\mathbf{g}$ должна равняться нулю, а их векторы образовывать замкнутый треугольник. Из статики известно, что направление силы \mathbf{Q} составляет с нормалью к наклонной плоскости угол δ , определяемый соотношением

$$\operatorname{tg} \delta = F_{тр}/N = \mu.$$

Отсюда видно, что при изменении модуля и направления силы F направление силы Q остается неизменным. Т.к. модуль и направление $m\vec{g}$ неизменны, то модуль F окажется минимальным, если этот вектор окажется перпендикулярным Q (см. рис.).



При этом F будет составлять с горизонтом угол

$$\beta = \alpha + \delta = \alpha + \arctg \mu = 50^\circ$$

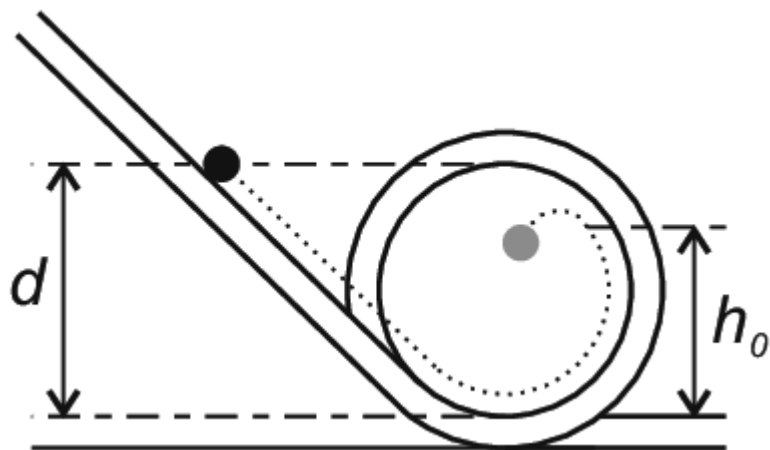
Критерий	Числ. ответ	Баллы
$\beta = 50^\circ$	50	10

Задача 2. Мертвая петля

По гладкому желобу, изогнутому в виде петли в вертикальной плоскости, соскальзывает без трения шарик. Прямая наклонная часть желоба плавно, по касательной, переходит в окружность радиуса $R = 60$ см, которая, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок. С какой минимальной высоты нужно запустить шарик, чтобы он совершил «мертвую петлю», т.е. проскользнул по круглому участку без отрыва от желоба.

На какой высоте h_0 произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты d , равной диаметру петли ($h = 2R = 120$ см)?

Оба ответа выразите в сантиметрах, округлив каждый до целого числа.



Решение

В верхней точке «мертвой петли» минимальная скорость определяется соотношением $(v_{\min})^2 / R = g$.

Учитывая, что потеряв высоту h , тело приобретает скорость $v = (2gh)^{\frac{1}{2}}$, имеем

$$2(H_{\min} - 2R) / R = 1$$

откуда:

$$H_{\min} = 0,5R + 2R = 2,5R = 150 \text{ см.}$$

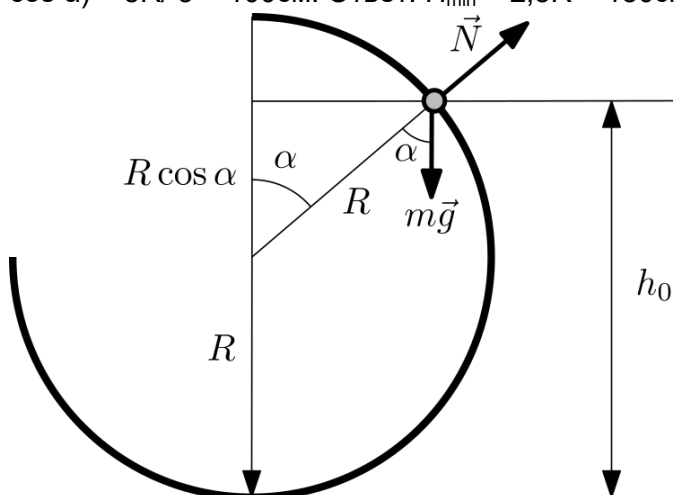
Во время «мертвой петли» нормальное давление шарика на опору равно

$$N = m(v^2 / R - g \cos \alpha),$$

где α – центральный угол дуги между шариком и верхней точкой окружности. При спуске шарика с начальной высоты $h = 2R$ это выражение принимает вид:

$$N = m[2g(1 - \cos \alpha) - g \cos \alpha] = mg(2 - 3 \cos \alpha).$$

Отрыв произойдет при $N = 0$, т.е., в точке, для которой $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Она находится на высоте: $h_0 = R(1 + \cos \alpha) = 5R/3 = 100 \text{ см}$. Ответ: $H_{\min} = 2,5R = 150 \text{ см}$; $h_0 = 5R/3 = 100 \text{ см}$



Критерий	Числ. ответ	Баллы
$H_{\min} = 2,5R = 150 \text{ см}$	150	5
$h_0 = 5R/3 = 100 \text{ см}$	100	5

Задача 3. Наутилус

Для участия в соревнованиях моделей подводных лодок в Баренцевом море команда школьников изготовила модель «Наутилус». Чтобы модель не тонула в воде, к ней были прикреплены несколько герметичных пакетов с воздухом. Плотность воды в море 1050 кг/м^3 , при погружении на глубину, не превышающую критической – 7 м, модель всплывает, а при погружении на большую – тонет. В устье реки Печоры, где плотность воды 1000 кг/м^3 , критическая глубина всего 1 м. Найдите плотность модели «Наутилуса» в кг/м^3 , округлив до десятков.

К воздуху применим закон Бойля-Мариотта – для постоянного количества газа при неизменной температуре произведение давления p газа на занимаемый им объем V постоянно: $pV = \text{const}$. Атмосферное давление на уровне моря 105 кПа . Ускорение свободного падения 10 м/с^2 .

Решение

Критическая глубина погружения модели соответствует положению неустойчивого равновесия; сила тяжести уравновешивается выталкивающей силой, действующей на суммарный объем модели и пакетов с воздухом. Обозначив через M , ρ_m , V_m массу, плотность и объем модели, через V_0 , V_c и V_n – объемы воздуха в полиэтиленовых пакетах, соответственно, над водой и при погружении на критическую глубину в морской и речной воде, а через p_0 – атмосферное давление, запишем:

$$\text{в морской воде: } Mg = \rho_c (V_m + V_c) g \quad (1)$$

в речной воде: $Mg = \rho_n(V_m + V_n)g$ (1')

При погружении объем воздуха в полиэтиленовых пакетах уменьшается, причем согласно закону Бойля – Мариотта

$$p_0 V_0 = (p_0 + \rho_c g h_c) V_c \quad (2)$$

$$p_0 V_0 = (p_0 + \rho_n g h_n) V_n \quad (2')$$

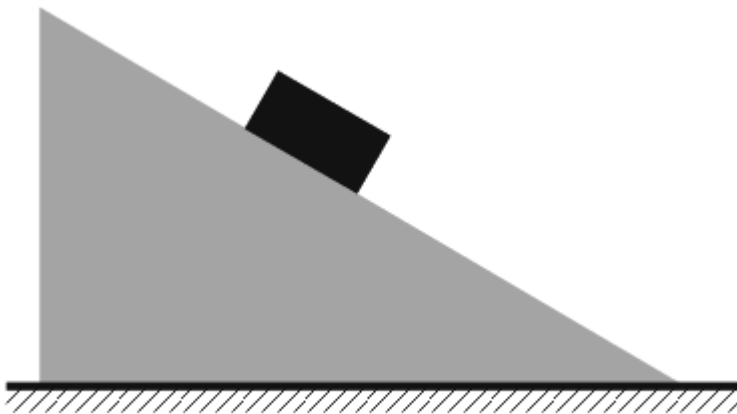
Решая систему уравнений, находим $\rho_c(p_0 + \rho_n g h_n)(\rho_m - \rho_n) = \rho_n(p_0 + \rho_c g h_c)(\rho_m - \rho_c)$

$$\text{откуда } \rho_m = \frac{h_c \rho_c - h_n \rho_n}{h_c - h_n - \left(\frac{p_0}{\rho_c g} - \frac{p_0}{\rho_n g}\right)(\rho_c - \rho_n)} = 1154, (54) \approx 1150 \text{ кг/м}^3$$

Критерий	Числ. ответ	Баллы
$\rho_m = 1150 \text{ кг/м}^3$	1150	10

Задача 4. Клин

На горизонтальной поверхности стола лежит клин высотой $h = 60 \text{ см}$ и основанием $b = 80 \text{ см}$. Масса клина $M = 160 \text{ г}$. По его гладкой наклонной поверхности соскальзывает без трения брусок массой $m = 500 \text{ г}$. Определите минимальный коэффициент трения между столешницей и клином, при котором клин будет оставаться в покое относительно стола. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 . Ответ округлите до десятых.



Решение

Брусок будет скользить по клину равноускоренно. Если α – угол наклона плоскости клина к горизонту, то ускорение бруска

$$a = g \cdot \sin \alpha,$$

а его горизонтальная компонента

$$a_x = g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Отсюда, горизонтальная компонента силы давления бруска на клин, а, значит, и сила трения, которая должна удерживать клин в покое:

$$F_{\text{тр}} = mg \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2,4 \text{ Н};$$

Вертикальная компонента силы давления бруска на клин равна $mg \cdot \cos^2 \alpha$.

К ней нужно добавить вес самого клина. Т.о., сила давления всей системы на пол, как, впрочем, и сила нормальной реакции пола, равна:

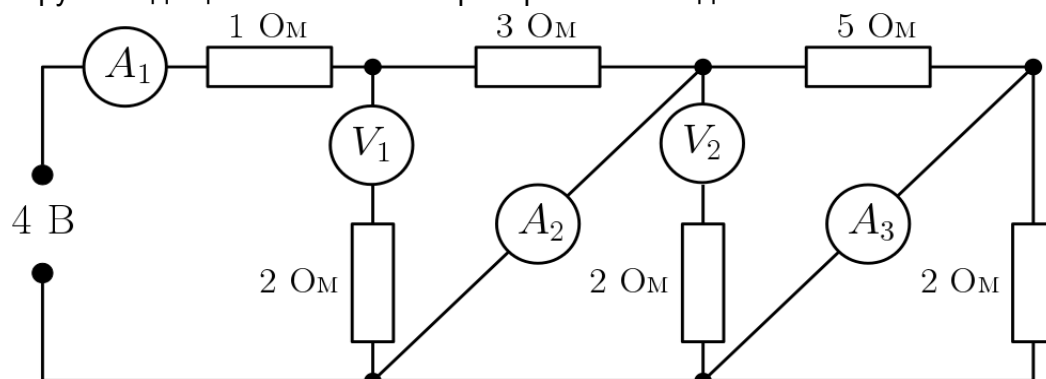
$$N = g (M + m \cos^2 \alpha) = 4,8 \text{ Н};$$

Сила трения, действующая на клин со стороны стола, ровно в 2 раза меньше, чем сила нормальной реакции опоры. Это возможно, если коэффициент трения клина о столешницу больше или равен 0,5.

Критерий	Числ. ответ	Баллы
$\mu = 0,5$	0,5	10

Задача 5. Схема

Определите показания всех приборов на схеме, которая изображена на рисунке ниже. Ответы округлите до целых чисел. Все приборы считать идеальными.



Решение:

Все приборы являются идеальными (их подключение в цепь ничего не изменяет в цепи), а значит вольтметр не пропускает ток, а амперметр является просто проводом и не имеет сопротивления.

Можно заметить, что правая часть схемы закорочена проводом. Отсюда получаем значение тока $I = 4/4 = 1 \text{ А}$, соответственно амперметр A_1 покажет именно это значение. Зная ток, можно легко вычислить показания всех остальных приборов. Стоит сразу отметить, что показания амперметра A_3 и вольтметра V_2 являются нулевыми, поскольку токи в тех участках цепи отсутствуют. Рассмотрим оставшиеся приборы.

Показания амперметров A_1 и A_2 совпадают. Показания вольтметра V_1 равны падению напряжения на резисторе 3 Ом. При токе в 1 А оно составит: $U = I \cdot R = 3 \text{ В}$.

Критерий	Числ. ответ	Баллы
Значение тока амперметра $A_1 = 1 \text{ А}$.	1	2,5
Значение тока амперметра $A_2 = 1 \text{ А}$.	1	2,5
Показания вольтметра $V_1 = 3 \text{ В}$.	3	2,5
Показания амперметра $A_3 = 0 \text{ А}$	0	1,5

Показания вольтметра $V_2 = 0$ В и

0

1

Задача 6. Теплоёмкость

Найдите теплоёмкость двух молей аргона в процессе их незначительного расширения по закону $p^2V = const$. Ответ выразите в Дж/К, округлив до целого числа. Универсальная газовая постоянная

$$R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Решение

По определению, теплоёмкость: $C = Q/\Delta T$

Закон сохранения энергии для тепловых и механических явлений, т.е. первый закон термодинамики: $Q = \Delta U + A$

Аргон - инертный газ, следовательно его можно считать идеальным и вычислить изменение внутренней энергии по формуле: $\Delta U = 3/2 \nu R \Delta T$

Расширение газа незначительно по условию, следовательно можно пренебречь изменением давления при расчёте работы: $A = p \Delta V$

Уравнение Менделеева-Клапейрона для начального состояния идеального газа: $pV = \nu RT$ и для конечного состояния $(p + \Delta p)(V + \Delta V) = \nu R(T + \Delta T)$.

Вычитая из уравнения конечного состояния уравнение начального состояния, получаем: $p \Delta V + \Delta p V + \Delta p \Delta V = \nu R T$

По условию задачи: $(p + \Delta p)^2 (V + \Delta V) = p^2 V$, если раскрыть скобки и пренебречь малыми слагаемыми: $p \Delta V + \Delta p V = \nu R \Delta T$, $p^2 \Delta V + 2p \Delta p V = 0$ или $p \Delta V + 2 \Delta p V = 0$.

Решая полученную систему уравнений: $p \Delta V = 2 \nu R \Delta T$

Тогда работа по расширению аргона будет равна $A = p \Delta V = 2 \nu R \Delta T$

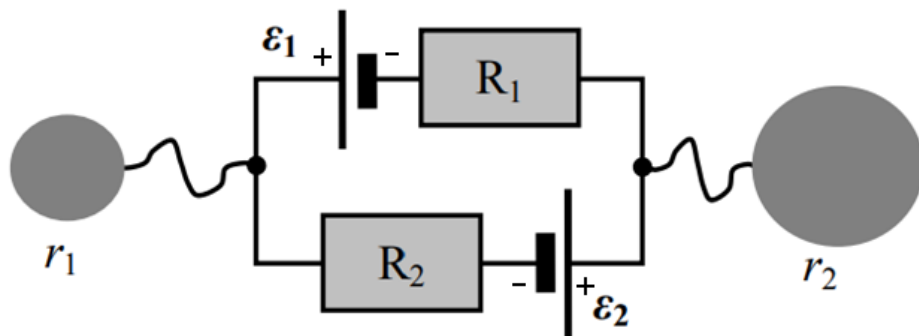
По первому закону термодинамики можно записать: $C \Delta V = 3/2 \nu R \Delta T + 2 \nu R \Delta T = 7/2 \nu R \Delta T$

Следовательно, теплоёмкость аргона равна $C = 7/2 \nu R = 58,17$ Дж/К

Критерий	Числ. ответ	Баллы
Теплоёмкость 58 Дж/К	58	10

Задача 7. Батарейки и шарики

Два источника постоянного тока, два резистора и два металлических шарика собраны в схему, представленную на рисунке. Шарики изначально не заряжены и удалены друг от друга на значительное расстояние. Найти установившийся потенциал каждого из шариков (φ_1 и φ_2), если: $\varepsilon_1 = 6$ В, $\varepsilon_2 = 9$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $r_1 = 10$ см, $r_2 = 30$ см. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



Решение

Первым делом найдем ток, протекающий в цепи. Суммарная ЭДС равна 15 В. Суммарное сопротивление равно 3 Ом. Отсюда ток $I = 5$ Ампер.

Используя закон Ома для участка цепи можно найти разность потенциалов между точками подключения шаров. $U = \varepsilon_2 - I_2 R_2 = I_1 R_1 - \varepsilon_1 = 4$ В. При этом $U = \varphi_2 - \varphi_1$.

Шары изначально не были заряжены, следовательно, суммарный заряд на них должен быть равен нулю: $q_1 + q_2 = 0$

Воспользуемся формулой для потенциала шара известного радиуса: $\varphi = q/4\pi\epsilon_0 r$. Соответственно, мы имеем теперь:

$$q_2 / (4 \pi \epsilon_0 r_2) - q_1 / (4 \pi \epsilon_0 r_1) = U \text{ и } q_1 = -q_2.$$

Отсюда можно найти величину зарядов:

$$q_2 = 4 \pi \epsilon_0 U r_1 r_2 / (r_1 + r_2) \text{ и } q_1 = -4 \pi \epsilon_0 U r_1 r_2 / (r_1 + r_2)$$

Величины потенциалов:

$$\varphi_2 = U r_1 / (r_1 + r_2) = 4 * 10 / (10 + 30) = 1 \text{ В}$$

$$\varphi_1 = -U r_2 / (r_1 + r_2) = 4 * 30 / (10 + 30) = -3 \text{ В.}$$

Критерий	Числ. ответ	Баллы
Потенциал $\varphi_1 = -3$ В	-3	6
Потенциал $\varphi_2 = 1$ В	1	6

Задача 8. Капли-зонды

В далёком космосе вдали от других тел в невесомости на расстоянии $\frac{1}{3}$ мм висят две маленькие капли неизвестной умной космической жидкости массами 1 мг и 2 мг. Пучок заряженных частиц сообщает им одинаковые заряды в 2 мкКл каждый. Какие скорости будут иметь капли при разлёте на большое расстояние? Ответ запишите в км/с округлив до целых. Электрическую постоянную считать равной $8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Решение

по закону сохранения импульса $m_1 V_1 = m_2 V_2$ т.е. $V_1 = 2V_2$.

по закону сохранения энергии

$$m_1 \frac{V_1^2}{2} + m_2 \frac{V_2^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{4 \cdot 10^{-12} \cdot 3}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}} \approx 107.9 \approx 108 \text{ Дж}$$

$$\text{согласно приведённых масс } V_1^2 + 2V_2^2 = 4V_2^2 + 2V_2^2 = 108 \cdot 10^{-6},$$

$$\text{тогда } V_2 = 6000 \text{ м/с} = 6 \text{ км/с}, V_1 = 12000 \text{ м/с} = 12 \text{ км/с.}$$

Критерий	Числ. ответ	Баллы
$V_1 = 12$ км/с	12	5 – один ответ верен, 8 – оба верны
$V_2 = 6$ км/с	6	

Задача 9. Невидимые плитки

На плиточном полу стоит зеркальный бак. Была сделана его фотография, края которой впоследствии обрезали. Напишите номера светлых плиток в координатах $\{A-H, 1-8\}$, которые не попали в кадр, но видны в отражении на баке. Сетка приведена на рисунке.



Решение

Подписываем отражения плиток на баке, начиная с ближних к нему.

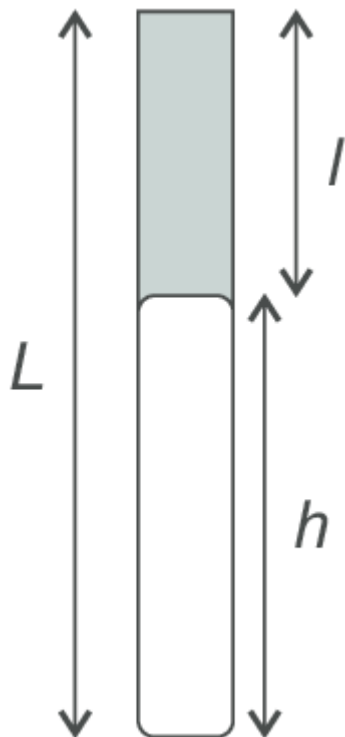


Тогда не видны A1,A5,A7,B1,B7,B8,C1

Критерий	Числ. ответ	Баллы
A1	A1	За первый верный ответ +1 за каждый последующий +1,5
A5	A5	
A7	A7	
B1	B1	
B7	B7	
B8	B8	
C1	C1	
Другие клетки, за каждый неверный ответ	другое	-1,5

Задача 10. Вулкан

Вертикальная цилиндрическая трубка длиной $L = 104$ см запаяна снизу. В нижней ее части находится воздух, закрытый сверху жидкой ртутной пробкой, доходящей до открытого верхнего обреза трубки. Высота ртутной пробки равна $l = 44$ см, а воздушного столба, соответственно, $h = 60$ см (см. рисунок). Вся система находится при температуре $t_0 = +15^\circ\text{C}$ и атмосферном давлении $H = 760$ мм рт. ст. Если трубку медленно нагревать, воздух начнет расширяться, постепенно выдавливая ртуть, излишки которой будут выливаться. До какой максимальной температуры T_{\max} можно нагревать трубку, чтобы воздух продолжал оставаться в ней под ртутной пробкой? Ответ выразите в градусах Цельсия, округлив до целого числа. Какова минимальная высота l_{\min} этой пробки? Ответ выразите в см, округлив до целого числа. Поверхностными явлениями и температурными изменениями плотности ртути пренебречь.



Решение:

Пусть x - высота ртутной пробки, уменьшающаяся по ходу нагрева. Тогда уравнение Клапейрона - Менделеева можно записать в виде:

$$(H + x)(L - x) = \frac{\nu RT}{S\rho g},$$

где S - площадь сечения трубки, ρ - плотность ртути. Зависимость $T(x)$ имеет вид квадратичной параболы с максимумом. После достижения этого максимума дальнейший нагрев невозможен под ртутной пробкой, поскольку дальнейшее уменьшение высоты пробки x соответствовало бы по графику понижению температуры. Поэтому малейшее добавление тепла сразу сбросит всю ртутную пробку.

Находим координаты вершины параболы:

$$l_{\min} = x_{\text{верш}} = \frac{L-H}{2} = 14 \text{ см}$$

При этом

$$(H + x)(L - x) / T = \text{const}$$

$$T_{\text{верш}} = T_0 \cdot (H + x)(L - x) / ((H + l)(L - l)) = 288 \text{ К} \cdot (76 + 14)(104 - 14) / ((76 + 44)(104 - 44))$$

$$= 288 \text{ К} \cdot 90 \cdot 90 / (120 \cdot 60) = 288 \text{ К} \cdot 9/8 = 324 \text{ К} = 51^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{верш}} = T_{\text{max}} = 51^\circ\text{C}$$

Критерий	Числ. ответ	Баллы
$l_{\text{min}} = 14 \text{ см}$	14	5
$T_{\text{max}} = 51^\circ\text{C}$	51	5